www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع :**۱۰ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۱۰/۲۰**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **دی ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه :استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: **الف)تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده ..... است(تصادفی- قطعی).** ب) هر زیرمجموعهٔ فضای نمونه ای یک ..... است(پیشامد ساده- پیشامد).	۱
۲	**با استفاده از اصل استقرا، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، $9^n - 1$ بر عدد ۸ بخش پذیر است.**	۱/۲۵
۳	**با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.**	۱
۴	**با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{5}$ گنگ باشد $\sqrt{5}+3$ هم گنگ است.**	۰/۷۵
۵	**S یک زیر مجموعه ۳۷ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای S را بر عدد ۳۶ تقسیم کنیم، حداقل چند عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ هستند؟**	۱
۶	**اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:** $(A-B)\cap(B-A)=\phi$	۱/۵
۷	اگر $A=\{2x-y,7\}$ و $B=\{x+3,1\}$ باشد و داشته باشیم $A\times B=B\times A$ ؛ آنگاه مقادیر x و y را تعیین کنید.	۱
۸	**رابطه R درمجموعه اعدادصحیح به صورت $x\,R\,y \Leftrightarrow 3 \mid x-y$ تعریف شده است.ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است.**	۱/۵
۹	یک تاس را دوبار پرتاب می کنیم. مطلوب است: **الف) پیشامد A که در آن مجموع عددهای برآمده بیشتر از ۱۰ باشد.** ب)پیشامد B که در آن عدد های برآمده یکسان باشد. ج) پیشامد $A-B$	۲
۱۰	**با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۳ و به مرکز (۲- ، ۱) را مشخص کنید.**	۱
۱۱	**کیسه ای شامل ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر۴ مهره به تصادف از کیسه خارج شود مطلوب است احتمال آنکه:** **الف) سه مهره سفید و یک مهره سیاه باشد.** **ب)هر چهار مهره همرنگ باشد.**	۲
۱۲	**اگر عددی ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۷۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱،۴، ۵، ۶، ۷ و۹ به وجود آید، احتمال آن که عدد ساخته شده زوج باشد را بیابید.**	۱/۵

« ادامهٔ سوالات در صفحهٔ دوم »

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع :**۱۰ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۱۰/۲۰**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **دی ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه :استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۳	**سه نفر دریک مسابقه شرکت می کنند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین** $\frac{۱}{۳}$ **احتمال برد رضا باشد، احتمال اینکه حسین یا رضا برنده شود چقدر است؟**	۱/۵
۱۴	**دو عدد حقیقی را به طور تصادفی در بازه** $(۰,۱)$ **انتخاب می کنیم. احتمال اینکه** $|x-y| \leq \frac{۱}{۲}$ **را پیدا کنید.**	۱/۵
۱۵	**اگر** $P(A)=\frac{۱}{۵}$ **و** $P(A\cup B)=\frac{۳}{۴}$ **و** A **و** B **دو پیشامد ناسازگار باشد آنگاه** $P(B')$ **را حساب کنید.**	۱/۵
	« موفق باشید » **جمع نمره**	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشتهٔ: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۱۰ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۱۰/۲۰**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **دی ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) تصادفی (۰/۵) تعریف صفحه ۷۱ ب) پیشامد (۰/۵) تعریف صفحه ۷۴	۱
۲	مشابه تمرین صفحه ۱۲ آزمون درست است. $P(n)=9^n-1=8r$ مقدمه استقرا $p(1)=9-1=8r \Longrightarrow 8=8(1)$ (۰/۲۵) فرض استقرا $p(k)=9^k-1=8r$ (۰/۲۵) حکم استقرا $p(k+1)=9^{(k+1)}-1=8r'$ (۰/۲۵) اثبات: $9^k-1=8r \Longrightarrow 9^{(k+1)}-9=8(9r)(0/25) \Longrightarrow 9^{(k+1)}-1=8(9r+1)(0/25)=8r'$ حکم استقرا برقرار است.	۱/۲۵
۳	$x=2k,\ y=2k+2,\ z=2k+4$ $xyz=(2k)(2k+2)(2k+4)(0/5)=2k2(k+1)2(k+2)\ (0/25)=8k(k+1)(k+2)=8k'(0/25)$ مشابه تمرین صفحه ۲۵	۱
۴	فرض می کنیم $3+\sqrt{5}$ گنگ نباشد پس آن را به صورت کسر گویا $\frac{a}{b}$ $(b\neq 0)$ در نظر می گیریم. $3+\sqrt{5}=\frac{a}{b}\ (0/25) \Rightarrow \sqrt{5}=\frac{a}{b}-3=\frac{a-3b}{b}=\frac{k}{k'}$ (۰/۲۵) که این تناقض است پس فرض خلف باطل و $3+\sqrt{5}$ عدد گنگ است. (۰/۲۵) مشابه تمرین صفحه ۲۸	۰/۷۵
۵	اگر اعضای S که ۳۷ عضو دارد به منزله کبوتر(m) (۰/۲۵) و باقیمانده های تقسیم هر عدد طبیعی n بر ۳۶ که به صورت $r=\{0,1,2,3,\ldots,35\}$ می باشد دارای ۳۶ عضو است به منزله لانه(n) (۰/۲۵) در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری (m>n) (۰/۲۵) حداقل یکی از لانه ها، دو و یا تعداد بیشتری کبوتر را دارا می باشد. پس حداقل دوعضو (۰/۲۵) از مجموعه S دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ خواهند بود. مثال صفحه ۲۹	۱
۶	$(A-B)\cap(B-A)=\underbrace{(A\cap B')\cap(B\cap A')}_{(0/5)}=\underbrace{(A\cap A')\cap(B\cap B')}_{(0/5)}=\underbrace{\varphi\cap\varphi}_{(0/25)}=\underbrace{\varphi}_{(0/25)}$ تمرین صفحه ۵۵	۱/۵

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۱۰ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۱۰/۲۰**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **دی ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

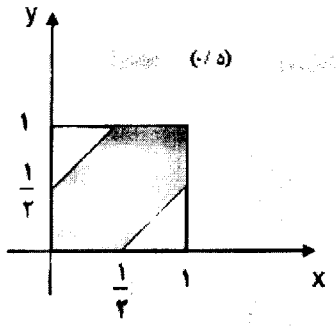
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	چون $A\times B = B\times A$ می باشد بنابراین باید $A=B$ باشد. (۰/۲۵) تمرین صفحه ۵۹ $\{x+۳,۱\}=\{۲x-y,۷\} \Rightarrow x+۳=۷ \Rightarrow x=۴$ (۰/۲۵) و $۲x-y=۱ \Rightarrow y=۷$ (۰/۵)	۱
۸	$\forall x\in Z,\ xRx \Rightarrow ۳\mid x-x \Rightarrow ۳\mid ۰$ **رابطه بازتابی** (۰/۲۵) $xRy \Rightarrow ۳\mid x-y \Rightarrow ۳\mid -(y-x) \Rightarrow ۳\mid y-x \Rightarrow yRx$ **رابطه تقارنی** (۰/۵) $\left.\begin{array}{l} xRy \Rightarrow ۳\mid x-y \Rightarrow x-y=۳k \\ yRz \Rightarrow ۳\mid y-z \Rightarrow y-z=۳k' \end{array}\right\} \underset{(۰/۵)}{\Rightarrow} x-z=۳(k+k')=۳k'' \Rightarrow xRz$ (۰/۲۵) **رابطه تعدی است.** **رابطه هر سه خاصیت را دارد، پس هم ارزی است.** تمرین ۱ صفحه ۶۸	۱/۵
۹	**الف)** (۰/۷۵) $A=\{(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$ **ب)** (هر دو مورد ۰/۲۵) $B=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$ **ج)** (۰/۵) $A-B=\{(۵,۶),(۶,۵)\}$ مشابه مثال صفحه ۷۴	۲
۱۰	$S=\{(x,y)\mid (x-۱)^۲(۰/۲۵)+(y+۲)^۲(۰/۲۵)\le ۹(۰/۵)\}$ مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱	۱
۱۱	**الف)** $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۷}{۳}(۰/۲۵)\underset{(۰/۲۵)}{\times}\binom{۵}{۱}(۰/۲۵)}{\binom{۱۲}{۴}(۰/۲۵)}$ مثال صفحه ۸۶ **ب)** $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{۷}{۴}(۰/۲۵)\underset{(۰/۲۵)}{+}\binom{۵}{۴}(۰/۲۵)}{\binom{۱۲}{۴}(۰/۲۵)}$ مثال صفحه ۸۶	۲

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۱۰ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۱۰/۲۰**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **دی ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$n(S)=۴\times۵\times۴\times۳$ (۰/۵) ، $n(A)=۳\times۴\times۳\times۲$ (۰/۵) $\Rightarrow P(A)=\frac{۳}{۱۰}$ (۰/۵) تمرین ۴ صفحه ۹۱	۱/۵
۱۳	$P(\text{حسین})=x \Rightarrow P(\text{علی})=۲x$ (۰/۲۵) $P(\text{حسین})=\frac{۱}{۳}P(\text{رضا}) \Rightarrow P(\text{رضا})=۳P(\text{حسین})=۳x$ (۰/۲۵) $P(\text{حسین})+P(\text{علی})+P(\text{رضا})=۱ \Rightarrow x+۲x+۳x=۱ \Rightarrow ۶x=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۶}$ (۰/۵) $\Rightarrow P(\text{حسین})=\frac{۱}{۶}$, $P(\text{علی})=\frac{۲}{۶}$ و $P(\text{رضا})=\frac{۳}{۶}$ $P(\text{حسین یا رضا})=P(\text{حسین})+P(\text{رضا})=\frac{۱}{۶}+\frac{۳}{۶}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۹۸	۱/۵
۱۴	تمرین ۳ صفحه ۱۰۷  (۰/۵) $a_S=۱\times۱=۱$ (۰/۲۵) $a_A=۱-(۲\times\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{۲})=\frac{۳}{۴}$ (۰/۵) $P(A)=\frac{a_A}{a_S}=\frac{\frac{۳}{۴}}{۱}=\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۵	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ (۰/۵) $\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۵}+P(B) \Rightarrow P(B)=\frac{۱۱}{۲۰}$ (۰/۵) $P(B')=۱-P(B)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(B')=\frac{۹}{۲۰}$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۱۱۲و۱۱۳	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir